

**Рабочая программа**  
Элективного учебного курса  
**«Решение математических задач»**  
для учащихся 10 — 11 классов

**Пояснительная записка**

Программа составлена на основе авторского элективного курса Л. Грук «Математика помогает экономике».

Программа данного курса ориентирована на рассмотрение отдельных тем математики, которые применяются при решении задач экономического характера. Темы данной программы представляют собой модули, при изучении которых учащиеся реализуют свои познавательные интересы и получают необходимые знания и умения.

Данный элективный курс призван обеспечить математическую поддержку преподавания экономики, дополняет и развивает школьный курс математики, а также является информационной поддержкой выбранного профиля дальнейшего образования и ориентирован на расширение аналитических и синтетических способностей старших школьников.

В процессе работы по изучению данного курса ученики получают новые знания, обогащают свой жизненный опыт, получают возможность практического применения своих интеллектуальных способностей, овладевают умениями и навыками, связанными с работой с научной и справочной литературой.

**Цели и задачи курса:**

- расширить возможности учащихся к адаптации в современном мире;
- формировать у учащихся понимание роли математических знаний как практического инструмента, помогающего в различных областях знаний, о математическом моделировании как методе познания реальной действительности;
- систематизация и развитие знаний по математике, необходимых для решения задач;
- формирование умений применять математические знания для решения задач;
- создание математической базы для продолжения образования в высших учебных заведениях экономического профиля.

**Личностные, метапредметные и предметные результаты освоения элективного курса «Решение математических задач».**

**Личностные результаты.**

1) российскую гражданскую идентичность, патриотизм, уважение к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, прошлое и настоящее многонационального народа России, уважение государственных символов (герб, флаг, гимн);

2) гражданскую позицию как активного и ответственного члена российского общества, осознающего свои конституционные права и обязанности, уважающего закон и правопорядок, обладающего чувством собственного достоинства, осознанно принимающего традиционные национальные и общечеловеческие гуманистические и демократические ценности;

3) готовность к служению Отечеству, его защите;

4) сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;

5) сформированность основ саморазвития и самовоспитания в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества; готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности.

**Метапредметные результаты.**

1) умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

2) умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

3) владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

4) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

5) умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее — ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;

6) умение определять назначение и функции различных социальных институтов;

7) умение самостоятельно оценивать и принимать решения, определяющие стратегию поведения, с учетом гражданских и нравственных ценностей;

8) владение языковыми средствами — умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

9) владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения

### **Планируемые предметные результаты.**

**Элементы теории множеств и математической логики**— Свободно оперировать понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости; — задавать множества перечислением и характеристическим свойством; — оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример; — проверять принадлежность элемента множеству; — находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости; — проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* — использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений; — проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов— *достижение результатов;* — оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем; — понимать суть косвенного доказательства; — оперировать понятиями счетного и несчетного множества; — применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* — использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов

**Числа и выражения**— Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени  $n$ , действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; — понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел; — переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую; — доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач; — выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью; — сравнивать действительные числа разными способами; — упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2; — находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач; — выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней; —

выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – выполнять объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений; – записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения; – оставлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов– *Достижение результатов;* – свободно оперировать числовыми множествами при решении задач; – понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств; – владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач – иметь базовые представления о множестве комплексных чисел; – свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений; – владеть формулой бинома Ньютона; – применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД; – применять при решении задач Китайскую теорему об остатках; – применять при решении задач Малую теорему Ферма; – уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления; – применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера; – применять при решении задач цепные дроби; – применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами; – владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять их при решении задач; – применять при решении задач Основную теорему алгебры; – применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования

**Уравнения и неравенства**– Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, равенства, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений; – решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные; – овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач; – применять теорему Безу к решению уравнений; – применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй; – понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать; – владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор; – использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно- рациональных и включающих в себя иррациональные выражения; – решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами; – владеть разными методами доказательства неравенств; – решать уравнения в целых числах; – изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами; – свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов; – выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов; – составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов; – составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты; – использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств– *Достижение результатов;* – свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; – свободно решать системы линейных уравнений; – решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами; – применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли; – иметь представление о неравенствах между средними степенными

**Функции**– Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график

функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач; – владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач; – владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач; – владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач; – владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач; – владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач; – применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность; – применять при решении задач преобразования графиков функций; – владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия; – применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий. *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:* – определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.); – интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации; – определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)– *достижение результатов;* – *владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач;* – *применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков*

**Элементы математического анализа**– Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач; – применять для решения задач теорию пределов; – владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности; – владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции; – вычислять производные элементарных функций и их комбинаций; – исследовать функции на монотонность и экстремумы; – строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром; – владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач; – владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл; – применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач. *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:* – решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов; – интерпретировать полученные результаты– *Достижение результатов;* – *свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;* – *свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;* – *оперировать понятием первообразной функции для решения задач;* – *овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях;* – *оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;* – *уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;* – *уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;* – *уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла);* – *уметь применять приложение производной и определенного интеграла к решению задач естествознания;* – *владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость*

**Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика**– Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральная совокупность и выборкой из нее; – оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов; – владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач; – иметь представление об основах теории вероятностей; – иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных

величин; – иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин; – иметь представление о совместных распределениях случайных величин; – понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей; – иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин; – иметь представление о корреляции случайных величин. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни; – выбирать методы подходящего представления и обработки данных – *Достижение результатов;* – иметь представление о центральной предельной теореме; – иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии; – иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости; – иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений; – иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве; – владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач; – иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач; – владеть понятием связность и уметь применять компоненты связности при решении задач; – уметь осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа; – иметь представление об эйлеровом и гамильтоновом пути, иметь представление о трудности задачи нахождения гамильтонова пути; – владеть понятиями конечные и счетные множества и уметь их применять при решении задач; – уметь применять метод математической индукции; – уметь применять принцип Дирихле при решении задач

**Текстовые задачи** – Решать разные задачи повышенной трудности; – анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы; – строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи; – решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата; – анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту; – переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – решать практические задачи и задачи из других предметов

**История математики** – Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки; – понимать роль математики в развитии России

**Методы математики** – Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение; – применять основные методы решения математических задач; – на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства; – применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач; – пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов – *Достижение результатов;* – *применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики)*

## **Содержание элективного учебного предмета «Решение математических задач».**

### **Понятие математической модели.**

Математическое моделирование как метод познания действительности; этапы математического моделирования (формализация, преобразование модели, интерпретация полученных решений); примеры математических моделей.

### **Функции и графики. Элементарные преобразования графиков функций.**

Определение и способы задания функций; линейная и квадратичная функции, их графики и свойства; прямая и обратная пропорциональности величин; элементарные преобразования графиков функций (параллельный перенос, растяжение, сжатие); графическое решение уравнений, неравенств, систем уравнений.

### **Решение уравнений, неравенств и систем.**

Основные методы решения уравнений и систем; основные виды уравнений и неравенств; практикум по решению уравнений, неравенств.

### **Графическая интерпретация систем линейных неравенств.**

Зависимость между двумя переменными; графическая иллюстрация неравенства с двумя переменными, изображение на координатной плоскости областей, задаваемых системами двух и более линейных неравенств; построение более сложных областей.

### **Понятие линейного программирования.**

Задачи, приводящие к линейному программированию; основные методы линейного программирования и примеры решения задач.

### **Проценты и прогрессии.**

Понятие процента, основные задачи на проценты; арифметическая и геометрическая прогрессии (определение, формулы  $n$  – го члена и суммы нескольких членов прогрессии, характеристическое свойство); решение задач.

### **Кривая производственных возможностей. Сравнительное преимущество.**

Кривая производственных возможностей; альтернативные возможности; закон превышающих издержек; предельная норма трансформации; абсолютное преимущество; сравнительное преимущество. Построение графиков; элементарные преобразования графиков функций, анализ функций; составление и решение уравнений и их систем.

### **Выручка, издержки, прибыль, рентабельность.**

Постоянные, переменные, средние, предельные, явные издержки, цена, выручка, прибыль, убыток, рентабельность. Процентное отношение величин; составление и решение уравнений, неравенств и систем; применение методов линейного программирования; построение графиков функций, нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.

### **Банки: проценты по вкладам.**

Начисление простых и сложных процентов; многократное начисление процентов в течении одного или нескольких лет; начисление процентов при дробном числе лет, изменяющиеся процентные ставки. Процентные отношения; арифметическая и геометрические прогрессии.

### **Методы исследования операций в экономике.**

Линейное программирование. Матрицы, определители, действия над ними. Решение систем линейных уравнений. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Решение задач линейного программирования. Теория вероятностей. Основные понятия и теоремы. Формула полной вероятности. Формула Байеса (теория гипотез). Вероятность появления событий при повторении опытов. Случайные величины, распределение дискретной случайной величины. Числовые характеристики случайных величин. Теория массового обслуживания. Теория игр. Теория статистических решений. Сетевое планирование.

## Тематическое планирование

### 1. Тематическое планирование для 10 класса.

№	Тема занятия	Дата
<b>1. Понятие математической модели (2 часа)</b>		
1	Модели и моделирование.	
2	Экономико – математические методы.	
<b>2. Функции и графики. Элементарные преобразования графиков функций (3 часа)</b>		
3	Функции, основные свойства, чтение графиков.	
4	Элементарные преобразования графиков функций: параллельный перенос.	
5	Элементарные преобразования графиков функций: растяжение и сжатие.	
<b>3. Решение уравнений, неравенств и систем (3 часа)</b>		
6	Основные виды уравнений. Основные методы решения уравнений.	
7	Основные методы решения систем уравнений.	
8	Основные методы решения неравенств.	
<b>4. Графическая интерпретация систем линейных неравенств (2 часа)</b>		
9	Графическая иллюстрация неравенства с двумя переменными.	
10	Изображение на координатной плоскости областей, задаваемых системами двух и более линейных неравенств.	
<b>5. Понятие линейного программирования (2 часа)</b>		
11	Задачи, приводящие к линейному программированию.	
12	Основные методы линейного программирования.	
<b>6. Проценты и прогрессии (2 часа)</b>		
13	Понятие процента, основные задачи на проценты.	
14	Арифметическая и геометрическая прогрессии.	
<b>7. Кривая производственных возможностей. Сравнительное преимущество (6 часов)</b>		
15	Кривая производственных возможностей.	
16	Альтернативные возможности.	
17	Закон превышающих издержек.	
18	Предельная норма трансформации.	
19	Абсолютное преимущество.	
20	Сравнительное преимущество.	
<b>8. Выручка, издержки, прибыль, рентабельность (4 часа)</b>		
21	Постоянные, переменные издержки.	
22	Средние, предельные, явные издержки.	
23	Выручка, прибыль, убыток.	
24	Рентабельность.	
<b>9. Банки: проценты по вкладам (6 часов)</b>		
25	Методы начисления простых процентов. Дисконтирование по простым процентам.	
26	Формула наращивания по сложным процентам.	
27	Номинальная ставка процентов.	
28	Эффективная ставка процентов.	

29	Дисконтирование по сложным процентам.	
30	Методы расчёта сложных процентов при дробном числе лет.	
<b>10. Систематизация знаний, практикум по решению задач, тестовый контроль (5 часов)</b>		
31-32	Решение задач.	
33-34	Тестовый контроль.	
35	Итоговое занятие. Математическое моделирование помогает решать экономические задачи.	

## 2. Тематическое планирование для 11 класса.

№ урока	Содержание учебного материала	Дата
<b>Методы исследования операций в экономике (34 часа)</b>		
1	Методы оптимизации. Линейное программирование. Целевая функция, максимизация и минимизация функции.	
2	Оптимальный план. Графическое решение системы неравенств с тремя, четырьмя и т. д. неизвестными.	
3	Симплекс-метод.	
4	Матрицы-основные понятия. Действия над матрицами.	
5	Определители. Алгебраические дополнения. Обратная матрица.	
6	Решение систем линейных уравнений. Формулы Крамера.	
7	Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса.	
8	Графическая интерпретация решения систем линейных уравнений.	
9	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса и по формулам Крамера.	
10	Решение простейших задач линейного программирования.	
11	Решение задач линейного программирования повышенного уровня сложности.	
12	Множество событий. Определение вероятности событий.	
13	Формулы комбинаторики.	
14	Теорема сложения вероятности несовместных событий. Теорема умножения вероятности двух событий. Теорема сложения двух совместных событий.	
15	Формула полной вероятности.	
16	Формула Байеса.	
17	Закон распределения вероятностей.	
18	Вероятность появления событий при повторении опытов.	
19	Случайные величины.	
20	Распределение дискретной случайной величины.	
21	Числовые характеристики случайных величин.	
22	Математическое ожидание. Дисперсия.	
23	Среднее квадратичное отклонение.	
24	Теория массового обслуживания.	
25	Метод Монте-Карло.	
26	Решение задач по теории массового обслуживания.	
27	Теория игр.	
28	Оптимальная стратегия игры.	
29	Теория статистических решений.	
30	Критерии пессимизма и оптимизма.	
31	Сетевое планирование.	
32	Сетевой график.	
33	Критический путь. Полный резерв ненапряженного пути.	
34	Итоговое повторение по материалу курса.	